ACTIVIDADES FINALES-PÁG. 138

1. Sean los vectores libres $\vec{u} = (3, 1, 4)$ y $\vec{v} = (3, 4, 0)$. Halla $\vec{u} \cdot \vec{v}$; el módulo de cada uno de estos vectores y el ángulo que forman.

El producto escalar es $\vec{u} \cdot \vec{v}$ = 13.

Los módulos de los vectores son: $\left|\vec{v}\right| = \sqrt{26} = 5{,}10\ u.\ l.$ y $\left|\vec{w}\right| = 5\ u.\ l.$

El ángulo que forman los vectores es: $\cos\left(\vec{u}, \vec{v}\right) = 0{,}5099$, es decir, el ángulo es 59º 20´ 57,23´´.

2. Halla un vector $\vec{v}$ de R^3 en cada uno de los siguientes apartados:

a) Que sea proporcional al vector (- 2, 1, 2) y de módulo 9.

b) Que sea perpendicular a los vectores $\vec{u} = (2, 0, -1)$ y $\vec{w} = (3, 2, 1)$.

c) Que sea perpendicular al eje OY y tal que $\vec{u} \cdot \vec{v}$ = 2 siendo $\vec{u} = (4, 1, -2)$.

a) Todos los vectores proporcionales al dado son de la forma (- 2t, t, 2t). Haciendo que el módulo sea 9 obtenemos $\sqrt{4t^2 + t^2 + 4t^2} = 9$; de donde $t = \pm 3$ y los vectores pedidos son (- 6, 3, 6) y (6, - 3, - 6).

b) Sean (a, b, c) las coordenadas del vector pedido. Obligándole a ser perpendicular a los dados obtenemos:

$$\begin{cases} 2a - c = 0 \\ 3a + 2b + c = 0 \end{cases}$$

es decir, a = 2t, b = -5 t y c = 4t. Los vectores son (2t, - 5t, 4t) con t un número real cualquiera.

c) Sean (a, b, c) las coordenadas del vector pedido. Imponiéndole las condiciones del enunciado obtenemos:

$$\begin{cases} b = 0 \\ 2a - c = 1 \end{cases}$$

es decir, a = t, b = 0 y c = 2t - 1. Los vectores son (t, 0, 2t - 1) con t un número real cualquiera.

3. Halla un vector de R^3 que sea linealmente dependiente con los vectores $\vec{u} = (1, 2, 0)$, $\vec{w} = (0, 1, -1)$ y perpendicular al vector de coordenadas (2, 3, 1).

Sean (a,b,c) las coordenadas del vector pedido. Imponiéndole las condiciones del enunciado obtenemos:

$$\begin{cases} -2a + b + c = 0 \\ 2a + 3b + c = 0 \end{cases}$$

es decir, a = t, b = - 2t y c = 4t. Los vectores son (t, - 2t, 4t) con t un número real cualquiera.

Un vector sería el (1, - 2, 4).

4. Halla los ángulos del triángulo de vértices A (4, - 2, 2); B (1, - 5, 2) y C (- 2, 1, 1). ¿Qué tipo de triángulo es el ABC?

Hallamos los ángulos y obtenemos:

Ángulo en A: $\cos A = \dfrac{9}{\sqrt{828}} = 0{,}3128 \quad \Rightarrow \quad A = 71^\circ\ 46'\ 25{,}17''.$

Ángulo en B: $\cos B = \dfrac{9}{\sqrt{828}} = 0{,}3128 \quad \Rightarrow \quad B = 71^\circ\ 46'\ 25{,}17''.$

Ángulo en C: $\cos C = \dfrac{37}{46} = 0{,}8043 \quad \Rightarrow \quad C = 36^\circ\ 27'\ 9{,}65''.$

Es un triángulo isósceles por tener dos ángulos iguales.

5. Sean $\vec{u}$ y $\vec{v}$ dos vectores perpendiculares al vector $\vec{w}$. Demuestra que el vector $\left(a \cdot \vec{u} + b \cdot \vec{v}\right)$ es también perpendicular al vector $\vec{w}$.

Hallamos $\left(a \cdot \vec{u} + b \cdot \vec{v}\right) \cdot \vec{w}$ = a · $\vec{u}$ · $\vec{w}$ + a · $\vec{v}$ · $\vec{w}$ = 0, por lo que son perpendiculares.

6. Halla el ángulo que forma el vector $\vec{u} = \left(0, \sqrt{3}, 1\right)$ con los ejes coordenados OX, OY y OZ.

El ángulo con OX es 90º; con OY es de 30º y con OZ es de 60º.

7. Halla el ángulo que forman las rectas de ecuaciones:

$$r \equiv \begin{cases} x = 4t \\ y = 2 - 3t \\ z = 3 \end{cases} \qquad\qquad s \equiv \begin{cases} x + y + 2z = 3 \\ 4x + y + z = 8 \end{cases}$$

Para calcular el ángulo entre las dos rectas:

$\cos\left(r, s\right) = \left| \dfrac{(4, -3, 0) \cdot (-1, 7, -3)}{5 \cdot \sqrt{59}} \right| = \dfrac{5}{\sqrt{59}} = 0{,}6509,$ entonces el ángulo mide 49º 23´ 13,72´´.

8. Halla el ángulos que forma el plano 3x – 2y + z – 2 = 0 con la recta $r \equiv x+3 = y-2 = -z$.

Para calcular el ángulo entre la recta y el plano:

$sen\ (r,\pi) = \left|\dfrac{(3,\,-2,\,1)\cdot(1,\,1,\,-1)}{\sqrt{3}\ \cdot\sqrt{14}}\right| = 0,$ entonces el ángulo es 0º y la recta es paralela al plano.

9. Halla el ángulo que forman los planos $\pi_1 \equiv x-2z-3=0$ **y** $\pi_2 \equiv 2x+3y-6=0$

Para calcular el ángulo entre los dos planos:

$\cos\ (\pi_1,\pi_2) = \left|\dfrac{(1,\,0,\,-2)\cdot(2,\,3,\,0)}{\sqrt{5}\cdot\sqrt{13}}\right| = \dfrac{2}{\sqrt{65}} = 0{,}2481,$ entonces el ángulo es 75º 38´ 12,11´´.

10. Halla la distancia entre el punto P (1, 2, 3) y el plano 4x – 2y + 4z – 3 = 0.

La distancia es $\dfrac{3}{2} = 1{,}5$ unidades lineales

11. Halla la distancia entre los planos $\pi_1 \equiv x-2y+3z=2$ **y** $\pi_2 \equiv 4y-6z=2x+3$.

Como los planos son paralelos tomamos un punto del primer plano y hallamos la distancia desde el punto anterior al otro plano, y obtenemos: $\dfrac{\sqrt{14}}{4} = 0{,}94$ unidades lineales.

12. Halla las siguientes ecuaciones:

a) Recta que pasa por el punto P (1, 3, 0) y es perpendicular al plano de ecuación 3x + 4y – z = 6.

b) Plano que pasa por el origen de coordenadas y es perpendicular a la recta de ecuación:

$$\begin{cases} x-2y+z=-1 \\ 2x+y+2z=5 \end{cases}$$

c) Plano mediatriz del segmento de extremos P (- 2, 3, 5) y Q (6, -1, 3).

d) Plano que contiene a la recta $r \equiv \begin{cases} x=2t \\ y=4 \\ z=-t \end{cases}$ **y es perpendicular al plano x - 3y - 2z + 5 = 0.**

a) La recta tiene por ecuación $\begin{cases} x=1+3t \\ y=3+4t. \\ z=-t \end{cases}$

b) El plano tiene por ecuación $x - z = 0$.

c) El plano pasa por el punto medio del segmento (2, 1, 4) y tiene como vector normal el vector PQ.

Su ecuación es $4x - 2y - z - 2 = 0$.

d) El plano pedido, por contener a la recta, contiene sus puntos y un vector director, y por ser perpendicular al plano dado contiene uno de sus vectores normales. El plano pedido tiene por ecuación:

$$\begin{vmatrix} x & y-4 & z \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & -3 & -2 \end{vmatrix} = 0, \text{ es decir, } x - y + 2z + 4 = 0.$$

ACTIVIDADES FINALES-PÁG. 139

13. Halla la ecuación del plano perpendicular a los planos x - y + z = 3, OXZ y que pase por el punto (3, 2, 1).

La ecuación del plano es $\begin{vmatrix} x-3 & y-2 & z-1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 0$, es decir, $x - z - 2 = 0$.

14. Sea el plano $\pi \equiv 2x + y - z - 2 = 0$; la recta $r \equiv \begin{cases} x - y + z = 3 \\ 3x + z = 4 \end{cases}$ y el punto A (1, 2, 1). Halla el plano perpendicular al plano π, paralelo a la recta r y que pase por A.

La ecuación del plano es $\begin{vmatrix} x-1 & y-2 & z-1 \\ 2 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = 0$, es decir, $x - y + z = 0$.

15. Halla el valor de t para que los puntos A (1, - 5, t), B (2, t, - 1) y C (t, - 5, 2) sean los vértices del triángulo ABC rectángulo en A.

Se debe verificar que el vector AB ha de ser perpendicular al vector AC, de modo que:

$$(1, t+5, -1-t) \cdot (t-1, 0, 2-t) = 0 \Rightarrow t = \pm\sqrt{3}$$

16. Halla la proyección de:

a) El punto P (1, - 1, 0) sobre el plano x – 2y + z + 9 = 0.

b) El punto A (1, - 1, 0) sobre la recta $r \equiv \begin{cases} z = 0 \\ x + y = 2 \end{cases}$

c) La recta $r \equiv \dfrac{x-1}{2} = -y-3 = z$ **sobre el plano x + 2y – 3z + 5 = 0.**

a) Cortamos la recta, que pasa por el punto P y es perpendicular al plano dado, con el mismo y obtenemos el punto pedido.

$$\begin{cases} \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y+1}{-2} = z \\ x-2y+z+9=0 \end{cases} \Rightarrow P'(-1, 3, 2).$$

b) Cortamos el plano, que pasa por el punto A y es perpendicular la recta dada, con la misma recta y obtenemos el punto pedido.

$$\begin{cases} z=0 \\ x+y=2 \\ x-y-2=0 \end{cases} \Rightarrow A'(2, 0, 0).$$

c) La proyección de la recta dada sobre el plano es la recta que viene dada como intersección del plano dado con el plano que contiene a la recta dada y es perpendicular al plano dado.

La ecuación del plano es $\begin{vmatrix} x-1 & y+3 & z \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -3 \end{vmatrix} = 0$, es decir, x +7y + 5z + 20 = 0.

La recta proyección viene dada por: $\begin{cases} x+7y+5z+20=0 \\ x+2y-3z+5=0 \end{cases}$.

17. Halla los siguientes puntos simétricos:

a) Del punto P (3, - 2, 5) respecto al origen de coordenadas.

b) Del punto Q (1, 0, 2) respecto al plano x – y + z = 6.

c) Del punto A (0, 3, 4) respecto a la recta:

$$r \equiv \begin{cases} x = 1+t \\ y = 1-2t \\ z = 2-2t \end{cases}$$

a) El origen de coordenadas es el punto medio entre P y su simétrico P´. Por tanto el punto simétrico es P´ (- 3, 2, - 5).

b) Hallamos la intersección del plano dado con la recta perpendicular al plano pasando por Q y de este modo obtenemos el punto medio M entre Q y su simétrico Q´.

$$\begin{cases} \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y}{-1} = z-2 \\ x-y+z=6 \end{cases} \Rightarrow$$ M (2, - 1, 3) por lo que Q´ (3, - 2, 4)

c) El punto dado pertenece a la recta por lo que su simétrico es el mismo.

18. Halla el plano mediatriz del segmento de extremos A (2, - 1, 5) y B (- 4, 3, 1).

El plano mediatriz pasa por el punto medio de AB y tiene como vector normal el vector AB. La ecuación es 3x – 2y + 2z – 1 = 0.

19. Ecuación de la recta que se apoya en las rectas $r \equiv \begin{cases} y-3z=-2 \\ x+z=1 \end{cases}$ **y** $s \equiv \begin{cases} x=4-2t \\ y=-2 \\ z=t \end{cases}$ **y pasa por el punto P (1, 0, 1).**

La recta buscada vine dada como intersección de dos planos, el que contiene a la recta r y al punto P y el que contiene a la recta s y al punto P.

$$\begin{cases} \begin{vmatrix} x-1 & y & z-1 \\ 1 & -3 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 0 \\ \begin{vmatrix} x-1 & y & z-1 \\ -2 & 0 & 1 \\ 3 & -2 & -1 \end{vmatrix} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y-2z+1=0 \\ 2x+y+4z-6=0 \end{cases}$$

20. Halla un punto de la recta $r \equiv \begin{cases} z=-1 \\ x+y+z=2 \end{cases}$ **que equidiste de los puntos A (2, 0, 3) y B (4, 4, - 1).**

Hallamos el plano mediatriz del segmento AB y lo cortamos con la recta dada para obtener el punto pedido:

$$\begin{cases} z=-1 \\ x+y+z=2 \\ x+2y-2z=5 \end{cases} \Rightarrow \quad \text{P (3, 0, - 1).}$$

21. Halla la ecuación del plano simétrico del plano x – y + z = 3 respecto al origen de coordenadas.

El plano simétrico es paralelo al dado y pasa por el simétrico del origen de coordenadas respecto al plano dado.

La ecuación del plano es x – y + z + 3 = 0.

22. Ecuación del plano de vector normal $\vec{v} = (1,1,0)$ **y que diste 8 unidades del origen de coordenadas.**

Todos los planos con ese vector normal son de la forma x + y + D = 0. Hallamos D para que verifique las condiciones del enunciado y obtenemos:

$$\left| \frac{D}{\sqrt{2}} \right| = 8 \; ; \; D = \pm\, 8 \cdot \sqrt{2}. \, .$$

Los planos son: x + y + $8\sqrt{2}=0$ y x + y - $8\sqrt{2}=0$.

23. Encuentra la ecuación de la recta que se apoya en las rectas $r_1 \equiv \begin{cases} x=1+t \\ y=2-t \\ z=5+t \end{cases}$ **y** $r_2 \equiv \begin{cases} x=2 \\ 3y+z+1=0 \end{cases}$ **y es paralela a la recta uno de cuyos vectores directores es** $\vec{v}=(1,\ 3,\ -2)$**.**

La recta buscada vine dada como intersección de dos planos, el que contiene a la recta r y al vector dado y el que contiene a la recta s y al vector dado.

La ecuación de la recta es:

$$\begin{cases} \begin{vmatrix} x-1 & y-2 & z-5 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & -2 \end{vmatrix}=0 \\ \begin{vmatrix} x-2 & y & z+1 \\ 0 & 1 & -3 \\ 1 & 3 & -2 \end{vmatrix}=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-3y-4z+25=0 \\ 7x-3y-z-15=0 \end{cases}$$

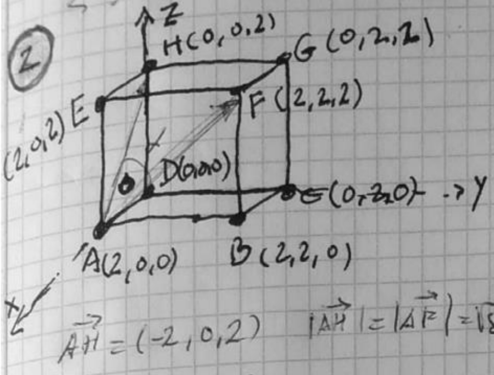
- **EJERCICIOS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD.**

① Sean $\vec{u}=(1,1,2)$ y $\vec{v}=(a,1,-1)$ halle a para que $(\vec{u}+\vec{v})\perp(\vec{u}-\vec{v})$.

$\vec{u}+\vec{v}=(1+a,2,1)$ y $\vec{u}-\vec{v}=(1-a,0,3)$

$(\vec{u}+\vec{v})\perp(\vec{u}-\vec{v}) \iff (1+a,2,1)\cdot(1-a,0,3)=0$

$\iff 1-a^2+3=0 \iff \boxed{a=\pm 2}$

② 

ⓐ $\pi_{EFGH} \equiv z=2$

ⓑ ¿$\widehat{(\vec{AH},\vec{AF})}$?

$\cos\alpha=\dfrac{\vec{AH}\cdot\vec{AF}}{|\vec{AH}|\,|\vec{AF}|}=\dfrac{4}{8}=\dfrac{1}{2}$

$\Downarrow$

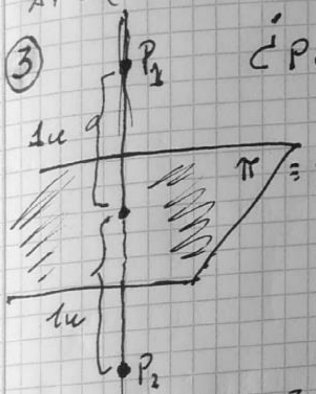
$\boxed{\alpha=60^\circ}$

ⓒ $V=2^3=\boxed{8u^3}$

$\vec{AH}=(-2,0,2)$ $\quad |\vec{AH}|=|\vec{AF}|=\sqrt{8}u$

$\vec{AF}=(0,2,2)$

③ ¿$P\in r \,/\, d(P,\pi)=1$?



$\pi \equiv 2x+2y+z+5=0$

Expresando r en paramétricas, un punto cualquiera de la recta es:

$P(-2+\lambda,\ 3+2\lambda,\ \lambda)\quad \lambda\in\mathbb{R}$

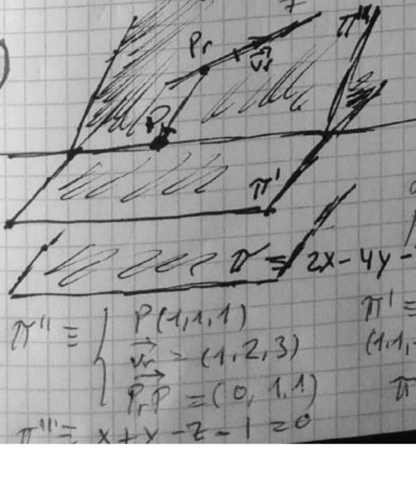
Imponiendo la condición del enunciado tenemos que:

$d(P,\pi)=\dfrac{|-4+2\lambda+6+4\lambda+\lambda+5|}{3}=\dfrac{|7\lambda+7|}{3}=1$

$r\equiv\begin{cases}x-z+2=0\\2x-y+3=0\end{cases} \iff |7\lambda+7|=3$ $\begin{cases} 7\lambda+7=3 \Rightarrow \lambda=\frac{-4}{7}\\ -7\lambda-7=3 \Rightarrow \lambda=\frac{-10}{7}\end{cases}$

Luego si $\lambda=\frac{-4}{7} \Rightarrow P_1\left(\frac{-18}{7},\frac{13}{7},\frac{-4}{7}\right)$ Son los puntos buscados.

$\lambda=\frac{-10}{7} \Rightarrow P_2\left(\frac{-24}{7},\frac{1}{7},\frac{-10}{7}\right)$

④ 

¿s? tal que $s \parallel \pi$ y $P\in s$ (1,1,1)

s y $s\subset\pi''\supset r\equiv\begin{cases}x=1+\lambda\\y=2\lambda\\z=3\lambda\end{cases}\ \lambda\in\mathbb{R}$

La recta s buscada está determinada por la intersección de los planos π' y π''

$\pi\equiv 2x-4y-2z+3=0$

$\pi''\equiv\begin{cases}P(1,1,1)\\ \vec{v_r}=(1,2,3)\\ \vec{P_rP}=(0,1,1)\end{cases}$

$\pi''\equiv x+y-z-1=0$

$\pi'\equiv 2x-4y-2z+D=0$

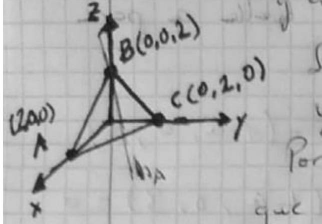
$(1,1,1)\in\pi' \Rightarrow D=4$

$\pi'\equiv 2x-4y+2z+4=0$

$x-2y+z+2=0$

$\Rightarrow \boxed{s\equiv\begin{cases}x-2y+z+2=0\\x+y-z-1=0\end{cases}}$

5



La altura desde A es la recta que pasa por A y es perpendicular a la recta BC, $\Rightarrow h_A \perp r_{BC}$

Sean (a,b,c) las componentes del vector director de la altura y $\vec{V}_{BC} = (0,2,-2) \Rightarrow (a,b,c)\cdot(0,2,-2) = 0 \Rightarrow 2b-2c=0$

Por otro lado la recta buscada, h_A, está en el plano que contiene al triángulo $\widehat{ABC}$, $\pi_{\widehat{ABC}}$ viene determinado por A, $\vec{AB}$ y $\vec{BC}$ $\Rightarrow$ $\pi_{ABC} \equiv \begin{vmatrix} x-2 & -2 & 0 \\ y & 0 & 2 \\ z & 2 & -2 \end{vmatrix} = 0$

y $h_A \perp \vec{n_\pi} \Rightarrow (a,b,c)\cdot(1,1,1) = 0$

$\Rightarrow a+b+c=0$

$\pi \equiv -4z-4y-4x+8=0$

$\boxed{\pi \equiv x+y+z=2}$ $\quad \vec{n_\pi} = (1,1,1)$

De las dos condiciones obtenemos:

$$\begin{cases} 2b-2c=0 \rightarrow b=c \\ a+b+c=0 \rightarrow a=-2b \end{cases} \Rightarrow \vec{V}_{h_A} = (-2b, b, b) \quad b\in\mathbb{R}$$

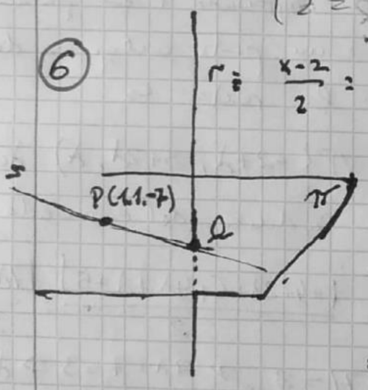
$$\Rightarrow h_A \equiv \begin{cases} x = 2-2\lambda \\ y = \lambda \\ z = \lambda \end{cases} \quad \lambda\in\mathbb{R}$$

, en forma continua $\boxed{\frac{x-2}{-2} = y = z}$

6

$r: \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{-2} = z$

Dada la recta r, halla la recta s perpendicular a r que pasa por P.



$\pi \perp r$

$P \in \pi$

$\vec{V_s} = \vec{PQ}$

$\Rightarrow s \equiv \begin{cases} P \\ \vec{PQ} \end{cases}$

$\vec{V_r} = \vec{n_\pi} = (2,-2,1)$

$\pi \equiv 2x-2y+z+D=0$

$P(1,1,-7) \in \pi \Rightarrow 2-2-7+D=0$

$\Rightarrow D=7 \Rightarrow \pi \equiv 2x-2y+z+7=0$

$Q = r \cap \pi$ un pto cualquiera de r es $P_r(2+2\lambda, 1-2\lambda, \lambda)$

$\Rightarrow$ sustituyendo en la ecuación del plano π:

$2(2+2\lambda) - 2(1-2\lambda) + \lambda + 7 = 0$

$4+4\lambda-2+4\lambda+\lambda+7=0$

$9\lambda = -9$

$\lambda = -1 \Rightarrow Q(0,3,-1)$

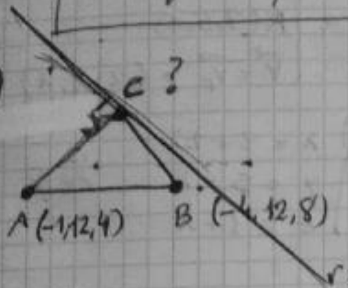
Luego $\vec{v_s} = \vec{PQ} = (-1,2,6) \Rightarrow$ la recta buscada es:

$$\boxed{s \equiv \frac{x-1}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+7}{6}}$$

(7) Hallar $r \subset \pi \equiv x-2y+z=3$, que pasa por el pto $P(3,1,2)$ y corta al eje $OZ \equiv \begin{cases} y=0 \\ x=0 \end{cases}$.

$$S \equiv \begin{cases} \pi \equiv x-2y+z=3 \\ OZ \subset \pi' \\ P \in \end{cases} \equiv \begin{cases} \pi \\ \pi' \equiv \begin{cases} P(3,1,2),\ O(0,0,0) \\ \vec{v}_{OZ}=(0,0,1) \\ \vec{OP}=(3,1,2) \end{cases} \end{cases} \quad \pi' \equiv \begin{vmatrix} x & 0 & 3 \\ y & 0 & 1 \\ z & 1 & 2 \end{vmatrix}=0$$

$$\boxed{S \equiv \begin{cases} x-2y+z=3 \\ x-3y=0 \end{cases}}$$

(8) 

C es el punto de la recta r que está más próximo al punto A, es decir, es la proyección de A sobre r $\Rightarrow C = r \cap \pi$

$$r \equiv \begin{cases} x=3\lambda \\ y=0 \\ z=11-4\lambda \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R} \qquad \text{con } \pi \perp r \text{ y } A \in \pi$$

$\pi \equiv 3x-4z+D=0 \quad \Rightarrow \pi \equiv 3x-4z+19=0$

$A \in \pi \Rightarrow 3(-1)-4\cdot 4+D=0$

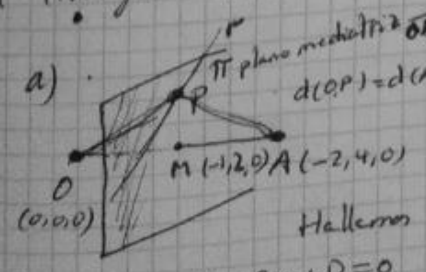
$D=19$

$C = r \cap \pi$: $3\cdot 3\lambda - 4(11-4\lambda)+19=0$

$25\lambda=25 \Rightarrow \lambda=1$

$\lambda=1 \rightarrow \boxed{C(3,0,7)}$

El triángulo $\overset{\triangle}{ABC}$ es rectángulo, pues $\vec{AB}\cdot\vec{AC}=(-3,0,4)\cdot(9,-12,3)=0$

(9) a) 

$d(O,P)=d(A,P)$

¿$P \in r \equiv \begin{cases} y+1=0 \\ x-y-2z=3 \end{cases}$ / $d(O,P)=d(A,P)$?

$P = \pi_{\text{mediatriz } \overline{OA}} \cap r$

Hallemos el plano mediatriz de $\overline{OA}$, $\pi \perp \vec{OA} \parallel \vec{OM}$, $M \in \pi$

$\Rightarrow \pi \equiv -x+2y+D=0 \Rightarrow \pi \equiv x-2y+5=0$

$M \in \pi \Rightarrow 1+2\cdot 2+D=0$

$D=-5$

$$r \cap \pi \equiv \begin{cases} y+1=0 \longrightarrow y=-1 \\ x-y-2z=3 \longrightarrow z=\frac{-9}{2} \\ x-2y+5=0 \rightarrow x=-7 \end{cases} \Rightarrow \boxed{P\left(-7,-1,\frac{-9}{2}\right)}$$

b) ¿$\alpha = (\widehat{OXZ, r})$? $\quad r \equiv \begin{cases} y+1=0 \longrightarrow y=-1 \\ x-y-2z=3 \rightarrow z=\lambda \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=2+2\lambda \\ y=-1 \\ z=\lambda \end{cases} \lambda \in \mathbb{R}$

$OXZ \equiv y=0 \rightarrow \vec{v}=(0,1,0) \quad \vec{v}_r=(2,0,1)$

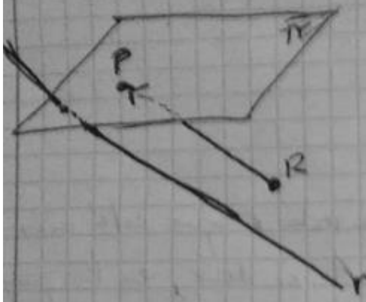
Como $\vec{v}\cdot\vec{v}_r=(0,1,0)\cdot(2,0,1)=0 \Rightarrow \alpha=0° \Rightarrow r \parallel OXZ$.

(10) Sea el punto $R(3,5,1)$, la recta $r \equiv \begin{cases} x = 1+2\lambda \\ y = -2+\lambda \\ z = -1+\lambda \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R}$

y el plano $\pi \equiv 3x - 2y + z + 5 = 0$.

Halla el punto P del plano π tal que la recta RP sea paralela a la recta dada.

El punto P buscado es la intersección del plano π y la recta de la misma dirección que r que pasa por R.



Hallamos $r_{RP} \equiv \begin{cases} R(3,5,1) \\ \vec{v} = \vec{v_r} = (2,1,1) \end{cases} \Rightarrow$

$$\Rightarrow r_{RP} \equiv \begin{cases} x = 3+2\lambda \\ y = 5+\lambda \\ z = 1+\lambda \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R}$$

Por tanto $P = r_{RP} \cap \pi$:

$$3(3+2\lambda) - 2(5+\lambda) + (1+\lambda) + 5 = 0$$

$$\Rightarrow \lambda = -1 \Rightarrow \boxed{P(1,4,0)}$$