

1. Se estima que el 8% de la población española padece diabetes. Una nueva prueba diagnóstica correctamente el 95% de los pacientes que sufren esta enfermedad, pero produce un 3% de falsos positivos. Sabiendo que una persona ha dado positivo en dicha prueba, ¿qué probabilidad hay de que realmente sea diabético?

$$\text{La probabilidad es } P(\text{Diabético}/+) = \frac{0,08 \cdot 0,95}{0,08 \cdot 0,95 + 0,92 \cdot 0,03} = 0,7336$$

2. Los dos sucesos de un experimento aleatorio tienen la misma probabilidad, 0,5. La probabilidad de que ocurra uno de ellos sabiendo que ha ocurrido el otro es 0,3. ¿Cuál es la probabilidad de que no ocurra ninguno de los sucesos?

Sean A y B los sucesos que verifican $P(A) = P(B) = 0,5$ y $P(A/B) = 0,3$. Entonces:

$$P(A \cap B) = P(A/B) \cdot P(B) = 0,3 \cdot 0,5 = 0,15$$

La probabilidad pedida es:

$$P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - [0,5 + 0,5 - 0,15] = 0,15$$

3. En una granja hay patos de dos tipos con pico rojo o con pico amarillo. Se observa que el 40% son machos con pico amarillo; el 20% de todos tienen el pico rojo mientras que el 35% de los que tienen el pico rojo son machos.

a) Elegido un pato al azar, halla la probabilidad de que sea macho.

b) Si el pato elegido es una hembra, ¿cuál es la probabilidad de que tenga el pico rojo?

Con los datos del enunciado completamos la siguiente tabla:

	Pico rojo	Pico amarillo	Total
Machos	7	40	47
Hembras	13	40	53
Total	20	80	100

Las probabilidades son:

$$\text{a) } P(\text{Macho}) = \frac{47}{100} = 0,47$$

$$\text{b) } P(\text{Pico rojo}/\text{Hembra}) = \frac{13}{53} = 0,245$$

4. Si el ocupante de un coche sufre un choque frontal a 80 km/h sin llevar puesto el cinturón de seguridad suele ser mortal en el 98% de los casos. Según datos de la Dirección General de Tráfico, el 88,3% de los usuarios de coche utilizan cinturón, elemento que reduce a la mitad el riesgo de muerte en un accidente.

Si una persona sufre un accidente que no le cuesta la vida a 80 km/h, ¿qué probabilidad hay de que llevara puesto el cinturón de seguridad?

$$\text{La probabilidad es } P(\text{Cinturón/ no muere}) = \frac{0,883 \cdot 0,51}{0,883 \cdot 0,51 + 0,117 \cdot 0,02} = 0,9948$$

5. Un test para detectar si una persona es portadora del virus VIH da positivo en el 94% de las personas que son portadoras del virus y en el 10% de las personas que no son portadoras. Sabemos que en la realidad el 0,5% de las personas son portadoras del virus. Si se elige al azar una persona y el resultado del test que se le ha aplicado ha sido positivo, ¿cuál es la probabilidad de que en la realidad esa persona sea portadora del virus?

$$\text{La probabilidad pedida es } P(\text{portadora virus / positivo}) = \frac{0,005 \cdot 0,94}{0,005 \cdot 0,94 + 0,995 \cdot 0,06} = 0,0730$$

6. Calcula $P(\bar{A}/B)$, sabiendo que $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{4}$ y $P(A \cup B) = \frac{5}{12}$

Utilizando las propiedades de la probabilidad y la definición de probabilidad condicionada obtenemos:

$$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{5}{12} = \frac{1}{6}$$

$$P(\bar{A}/B) = \frac{P(\bar{A} \cap B)}{P(B)} = \frac{P(B) - P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{4} - \frac{1}{6}}{\frac{1}{4}} = \frac{1}{3}$$

7. En una empresa el 72,5% de los trabajadores tienen teléfono móvil. De estos el 70% tienen tablet. Por otro lado el 33,3% de los que no tienen teléfono móvil si tienen tablet.

a) ¿Qué tanto por ciento tienen ambos aparatos?

b) ¿Qué tanto por ciento tienen tablet?

c) Si un trabajador elegido al azar no dispone de tablet, ¿qué probabilidad hay de que tenga teléfono móvil?

Los porcentajes pedidos son:

a) Tienen ambos aparatos: $0,725 \cdot 0,70 = 0,5075$, es decir el 50,75%.

b) Tienen tablet: $0,725 \cdot 0,7 + 0,275 \cdot 0,333 = 0,5991$, es decir el 59,91%.

c) La probabilidad pedida es $P(\text{Teléfono móvil/No tablet}) = \frac{0,725 \cdot 0,30}{1 - 0,5991} = 0,5425$. Por tanto, la probabilidad de que no teniendo tablet si tenga teléfono móvil es 0,5425.

8. Los miembros de una sociedad de Amigos del Camino de Santiago son el 30% españoles, el 60% franceses y el resto de otras nacionalidades. Los franceses de la sociedad son peregrinos en la proporción de uno de cada mil, los españoles en la proporción de uno de cada cien, mientras que el resto de los miembros de la sociedad es peregrino en la proporción de uno de cada diez mil. Se elige al azar un miembro de la sociedad

a) ¿Cuál es la probabilidad de que sea peregrino?

b) Si el miembro elegido resultó ser peregrino del Camino de Santiago, ¿qué es más probable que sea español o que sea francés o que pertenezca a otras nacionalidades?

Las probabilidades son:

$$a) P(\text{peregrino}) = 0,3 \cdot 0,01 + 0,6 \cdot 0,001 + 0,1 \cdot 0,0001 = 0,00361.$$

$$b) P(\text{Ni español ni francés} / \text{peregrino}) = \frac{0,1 \cdot 0,0001}{0,00361} = 0,00277.$$

9. El pasado invierno una ciudad disponía de una vacuna para proteger a la población frente al virus de la gripe. Si una persona se ha vacunado, la probabilidad de que se infecte con el virus es de 0,1; sin la vacuna, dicha probabilidad es de 0,3. El 40% de la población se vacunó.

a) Halla la probabilidad de que una persona elegida al azar se infecte con el virus.

b) Si la persona elegida al azar se ha infectado con el virus ¿cuál es la probabilidad de que esté vacunada?

c) Si la persona elegida al azar no está infectada con el virus, ¿cuál es la probabilidad de que no esté vacunada?

9. Las probabilidades pedidas son:

$$a) P(\text{se infecte con el virus}) = P(\text{vacunado}) \cdot P(\text{infecte con virus} / \text{vacunado}) + P(\text{no vacunado}) \cdot P(\text{infecte con virus} / \text{no vacunado}) = 0,40 \cdot 0,1 + 0,60 \cdot 0,3 = 0,22$$

$$b) P(\text{vacunada} / \text{infectada con el virus}) = \frac{0,40 \cdot 0,1}{0,22} = 0,1818$$

$$c) P(\text{no vacunada} / \text{no infectada con el virus}) = \frac{0,60 \cdot 0,7}{0,4 \cdot 0,9 + 0,6 \cdot 0,7} = 0,5383$$